



# Numeracy, mathematical literacy og matematisk kompetence

MOGENS NISS, PROFESSOR EMERITUS, IMFUFA,  
INM, ROSKILDE UNIVERSITET

**Denne artikel behandler tre nøglebegreber vedrørende matematiktilegnelse, nemlig *numeracy*, *mathematical literacy* og matematiske kompetencer, som ofte benyttes med betydelig uskarphed, hvilket gør det vanskeligt at se forskellene og lighederne mellem dem. Artiklen tilbyder, med støtte i den internationale litteratur, et forsøg på at definere og karakterisere begreberne, så deres indhold, omfang og indbyrdes relationer står klart.**

## Indledning

Det har i mindst et halvt århundrede stået klart for matematikdidaktikere og mange matematikere, at matematikundervisning og matematikkundskaber uanset uddannelsestrin ikke kan nøjes med at handle om tilegnelsen af rent matematiske begreber, resultater og færdigheder. Det er bl.a. nødvendigt tillige at fokusere på folks evne til og muligheder for at bringe matematikken i spil og anvendelse til at omgås verden i diverse sammenhænge uden for matematikken og matematikundervisningen selv. Denne evne er ikke en automatisk følge af selv vellykket erhvervelse og udvikling af rene, interne matematikkundskaber. Der skal "noget mere" til. Hvad dette "mere" er, har været og er fortsat genstand for omfattende diskussioner og tiltag i

mange lande og i forskellige faglige miljøer, selv om der er konsensus om meget på tværs af steder, miljøer og niveauer.

Fælles for de mange forskellige bestræbelser på at indfange og karakterisere det "mere", der skal til i tillæg til rene, interne matematikkundskaber, er, at de kredser om det at udøve matematisk virksomhed. Det gælder i rent matematiske sammenhænge, men i høj grad også i udenoms-matematiske sammenhænge hentet fra praksis i hverdagsliv, fritidsliv, arbejdsliv og i livet som samfundsborger samt fra en mangfoldighed af andre fagområder, som på forskellig vis betjener sig af aspekter af matematik.

**I det følgende vil jeg omtale forskellige tilgange til at indfange det karakteristiske ved matematikudøvelse med særlig vægt på et par af dem.**

Det, der adskiller de forskellige tilgange til det omtalte "mere", er dels, om der ud over kognitive aspekter af matematiktilegnelsen indgår affektive og emotive aspekter, dels hvilken del af det omfat-

tende spektrum af matematikudøvelse, der er tale om. Endelig spiller den intenderede målgruppe for tiltagene selvsagt en stor rolle. Der er forskel på, om fokus fx er på førskole- og indskolingselever i grundskolen, på erhvervsskoleelever, på gymnasieelever med matematik på højt niveau, på matematikstuderende, på kommende lærere eller ingeniører, eller om der er tale om en almen og overordnet tilgang på tværs af uddannelsesniveauer og undervisningstrin.

I det følgende vil jeg omtale forskellige tilgange til at indfange det karakteristiske ved matematikudøvelse med særlig vægt på et par af dem. Inden da er der grund til at se nærmere på terminologiproblemet. Det rummer to sider, et sprogproblem og et semantikproblem. Sprogproblemet består i, at mange af de termer, der anvendes internationalt – frem for alt på engelsk – har vanskeligt ved at finde en adækvat oversættelse til andre sprog, herunder dansk. Semantikproblemet består i, at uanset hvilket sprog vi benytter, skabes de faglige termer ved kolonisering af sædvanligvis komplekse ord og udtryk hentet fra almindeligt sprog. Netop på grund af deres kompleksitet rummer disse ord og udtryk et væld af konnotationer, som oftest er forskellige hos forskellige sprogbrugere, og det er ofte uklart nøjagtigt, hvilke konnotationer der indgår i den faglige term. Det gælder i høj grad engelske termer som *skill*, *proficiency*, *literacy*, *quantitative literacy*, *numeracy*, *qualification*, *capability* og *competence* og danske termer som færdighed, funktionel færdighed, kunnen, beherskelse, numeralitet, evne, kvalifikation og kompetence, som alle spiller en rolle i bestræbelserne på at begrebsliggøre centrale aspekter af matematikudøvelse. I lyset af at disse og andre termer i samme boldgade er så uldent afgrænsede, er det påfaldende, at de begreber, termerne refererer til, så sjældent udstyres med egentlige definitioner. Det vil jeg søge at råde bod på her.

## Numeracy

Termen *numeracy* er skabt i en britisk sammenhæng. Margaret Brown m.fl. (Brown et al., 1998) har sporet den første officielle brug af termen til den såkaldte "Crowther Report" fra 1959 (DES, 1959), hvor den først benyttes til at angive "scientific literacy in a broad sense" og lidt senere "...the ability to process, communicate and interpret

numerical information in a variety of contexts" (Brown et al., 1998, s. 363). Året 1959 anføres også af Merriam-Webster som året for den først kendte anvendelse af begrebet, hvor det indkredses som "the capacity for quantitative thought and expression". The Concise Oxford Dictionary (1976, s. 748) placerer *numeracy* som afledt af *numerate*, med den særdeles omfattende betydning "acquainted with basic principles of mathematics and science". Begrebet nød senere for alvor udbredelse med offentliggørelsen af den også internationalt meget omtalte, citerede og udnyttede "Cockcroft Report" i 1982 (DES/WO, 1982). Den konkrete anvendelse af termen *numeracy* vandt dog navnlig indpas i Australien og New Zealand, mens USA og Canada og siden PISA-undersøgelserne i stedet fortrinsvis har betjent sig af det beslægtede begreb *literacy*, som skal omtales nedenfor

Alene af disse få citater fremgår det tydeligt, at begrebet *numeracy* ikke har nogen veldefineret betydning. I den ene ende af spektret betones evnen til at fortolke og omgås numerisk (kvantitativ), altså talmæssig, information i forskellige sammenhænge. I den anden ende lægges der vægt på intet mindre end kendskab til de fundamentale principper i matematik og naturvidenskab og på dertil knyttet *literacy*. Det skal understreges, at der er langt mere på færde i matematik og naturvidenskab end numeriske og kvantitative anliggender, selv om disse selvsagt har en central – men altså ikke enerådende – betydning i begge dele.

## Alene af disse få citater fremgår det tydeligt, at begrebet *numeracy* ikke har nogen veldefineret betydning.

Der findes ikke for alvor nogen alment accepteret dansk oversættelse af ordet *numeracy* – hvilket også fremgår af, at der ikke optræder en sådan i titlen på denne artikel. Forskerne Tine Wedege og Lena Lindenskov foreslog i slutningen af 1990'erne en oversættelse med termen "numeralitet", som kom til at indgå i Undervisningsministeriets vejledning vedrørende faget matematik i almen voksenuddannelse (Undervisningsministeriet, 2000). Termen omtales således:

”Ordet numeralitet [*kursiv i originalen*] omfatter begreber, der skal gøre det lettere at beskrive den usynlige matematik i hverdagen. Numeralitet er betegnelsen for de matematikkompetencer, som alle mennesker principielt har brug for – de funktionelle matematikfærdigheder og matematikforståelser, som er relevante for alle”.

I vejledningen uddybes definitionen til nærmere at omfatte ”tal- og rumfornemmelse; håndtering af procenter og andele; diagram- og formelforståelse; beherskelse af overslagsregning; opstilling af relevante regnestykker; vurdering af regneresultater”.

Når termen ikke rigtig slog an, kan det bl.a. skyldes, at ordet ”numeralitet” ligger tæt på ordet ”numeralie”, som har den meget snævre betydning ”talord”, mens den intenderede betydning, som det fremgår, rækker langt videre. Manglen på almen accept af oversættelsen kan også skyldes netop dette, at den citerede definition ved at referere til matematikkompetencer, -færdigheder og -forståelser tydeligt overskrider den betoning af det kvantitative, der i udgangspunktet ligger i det engelske ord.

Når man er stillet over for en term, der åbenbart rummer et stort spektrum af betydninger hos forskellige sprogbrugere i forskellige sammenhænge, mister termen brugbarhed både til specifikt faglige formål og til almindelig kommunikation. Det er simpelthen ikke hensigtsmæssigt, at vi ikke ved, hvad der tales om, når ordet bruges.

## Ved funktionel talbeherskelse (numeracy) forstås evnen til at fortolke, behandle, udnytte og kommunikere om alle aspekter af rationale tal og talstørrelser.

I fald ordet *numeracy* overhovedet skal indgå i sproget (hvad jeg ikke personligt er overbevist om det ønskelige i), men altså på en nogenlunde klar måde, må man betjene sig af en definition. Jeg vil her foreslå en definition, der ligger tæt op ad den oprindelige britiske med fokus på numerisk information, og som samtidig betoner fundamentale træk ved sådan information, men ikke inddrager

matematik i bredere forstand. For at understrege disse aspekter vil jeg desuden foreslå en dansk oversættelse af termen til funktionel talbeherskelse.

Ved funktionel talbeherskelse (*numeracy*) forstås evnen til at fortolke, behandle, udnytte og kommunikere om alle aspekter af rationale tal<sup>1</sup> og talstørrelser, inklusive procenter, hvad enten de optræder i en rent matematisk sammenhæng eller hidrører fra kvantificering af anliggender i forskellige kontekster uden for matematikken selv, fx på basis af aritmetisk modellering, tælling, måling, vejning og beregning.

Med en sådan definition afgrænses funktionel talbeherskelse fra matematikbeherskelse i bredere forstand. Ved at betone at talbeherskelsen ikke skal stå alene, men skal kunne bringes i spil – gøres funktionel – i diverse ekstra-matematiske kontekster, rummer funktionel talbeherskelse udtrykkeligt ”noget mere” end rent matematisk viden og kunnen. Derimod ligger der ikke i definitionen noget krav om, at den funktionelle talbeherskelse er afgrænset til noget, ”som alle mennesker principielt har brug for” (jf. citatet ovenfor), idet forestillingen om, hvad det vil sige at ”have brug for”, er så uskarp og kompleks, at omfattende undersøgelser og udredninger er påkrævet, hvis en diskussion af denne forestilling skal blive meningsfuld.

## Mathematical literacy

På den ene side kan man se termen (*mathematical literacy*) som en slet og ret amerikansk og canadisk-engelsk pendant til *numeracy*. Ser man imidlertid nærmere efter i publikationer, der omhandler disse begreber, bliver det klart, at *mathematical literacy* går meget videre end det numeriske og kvantitative, som udgør kernen af de snævrere definitioner på *numeracy* og funktionel talbeherskelse. Som eksempel på det kan anføres PISA 2012’s officielle definition på *mathematical literacy*:

”Mathematical literacy is an individual’s capacity to formulate, employ and interpret mathematics in a variety of contexts. It includes reasoning mathematically and using mathematical concepts, procedures, facts, and tools to describe, explain, and predict phenomena. It assists individuals to recognise the role that mathematics plays in the world and to

*make well-founded judgments and decisions needed by constructive, engaged and reflective citizens.”*

(OECD, 2013, s. 25)

De (let varierende) definitioner på *mathematical literacy* i de forskellige såkaldte PISA-frameworks siden 2000, som jeg alle selv har bidraget til, er overraskende nok de tidligste definitioner på begrebet, jeg har kunnet finde, skønt det i hvert fald er blevet anvendt med jævne mellemrum siden 1944.

## Forskellene i tilgangen til matematik mellem fx grundskolen og de gymnasiale uddannelser er så stor, at overgangen for mange elever let bliver decideret problematisk.

Også for begrebet *mathematical literacy* er det svært at fremsætte en dækkende oversættelse til dansk. Det gælder jo allerede begrebet *literacy* i sig selv, hvor vi påfaldende nok kun har en dansk pendant til *illiteracy*, nemlig analfabetisme. En person kan godt være ”analfabet”, men ikke så godt ”alfabet”. Man har forsøgt sig med ”funktionelle matematikfærdigheder” og ”funktionelle matematikkundskaber”, hvor den første oversættelse lider af den svaghed, at ”færdighed” på dansk har (fået) en klang af standardiseret rutine med lav kompleksitetsgrad, mens ”kundskab” i dag især betoner faktisk viden og i mindre grad procesmæssig kunnen. ”Funktional matematikbeherskelse” er nok den oversættelse, der kommer nærmest det intenderede indhold, måske bortset fra at ”beherskelse” i sammenhæng med matematik kan synes et noget ambitiøst forehavende. Til gengæld fremstår forskellen mellem ”funktional talbeherskelse” (*numeracy*) og ”funktional matematikbeherskelse” (*mathematical literacy*) ganske tydelig.

### Matematisk kompetence

Man skal ikke beskæftige sig meget med matematik og matematikundervisning, før det bliver klart, at det, der i uddannelsessystemet og andetsteds optræder under fællesbetegnelsen ”matematik”, rummer så store forskelle, at det er svært at forstå, hvad

der overhovedet berettiger en fællesbetegnelse. Det bliver ikke mindst tydeligt, når man ser på indholdet i det, der undervises i, fx i grundskoler, erhvervsskoler, forskellige gymnasiale uddannelser og videregående uddannelser. Når indholdet er så forskelligt, kan det ikke være indholdet alene, som karakteriserer faget. Men selv når det ”samme stof” behandles forskellige steder, er forskellene i behandlingen ofte så åbenbare, at det umuligt kan være stoffet alene, der bestemmer tilgangene. Hvad er det så?

Forskellene i tilgangen til matematik mellem fx grundskolen og de gymnasiale uddannelser er så stor, at overgangen for mange elever let bliver decideret problematisk. Det samme gælder overgangen fra de gymnasiale uddannelser til fx matematiktunge universitetsuddannelser. Man hører ofte elever og studerende berette, at det føles som om, der er tale om helt forskellige fag under det samme navn. Skal vi gøre noget ved overgangsproblemerne, må vi finde nogle fællestræk for matematik i alle fagets manifestationer, der kan begrunde, at vi taler om ét og samme fag uanset uddannelsesform og -trin.

En sproglig analogi kan være oplysende. Beherskelse af et givet sprog består grundlæggende af fire komponenter. At kunne forstå og tolke, hvad andre mennesker siger, når de taler; at kunne forstå og tolke, hvad andre skriver; at kunne udtrykke sig mundtligt, så andre kan forstå, hvad man ønsker at sige; og at kunne udtrykke sig skriftligt, så andre kan forstå, hvad man skriver, alt sammen i forskellige genrer, registre og stilarter. Disse komponenter er kernen i al sprogbeherskelse, fra 1. klasse til ph.d.-studier i litteraturvidenskab, selv om det, der tales og skrives om, selvsagt er overmåde forskelligt i 1. klasse og på universitetet og finder sted på højst forskellige tekniske niveauer.

I det såkaldte ”KOM-projekt” (Niss & Jensen, 2002) besluttede vi at lade de væsentligste sider i udøvelsen af matematik udgøre hovedpunktet i en karakterisering af faget på langs af alle uddannelsesstrin og på tværs af alle matematikfaglige emner. Det førte til begrebet matematisk kompetence, som i en opdateret definition kan afgrænses således:

*Matematisk kompetence er en persons indsigtfulde parathed til at handle hensigtsmæssigt og med suc-*

*ces i et bredt spektrum af situationer, som rummer matematiske udfordringer, uanset arten af disse.*

På samme vis som beherskelse af et sprog forudsætter såvel et udbygget ordforråd som grammatiske og ortografiske kundskaber og færdigheder – uden dog på nogen måde at kunne reduceres til disse – forudsætter matematisk kompetence en stor mængde faktuel viden og proceduremæssige færdigheder, uden på nogen måde at kunne reduceres til disse.

## **Matematisk kompetence er en persons indsigtfulde parathed til at handle hensigtsmæssigt og med succes i et bredt spektrum af situationer, som rummer matematiske udfordringer, uanset arten af disse.**

For at indfange hvori matematisk kompetence nærmere består, har vi fokuseret på kernen i al matematikudøvelse: at stille spørgsmål i, med og om matematik og at søge svar på dem. Dette kræver beherskelse af matematikkens sprog og redskaber. Med henblik på at præcisere, hvad dette går ud på, har vi identificeret otte matematiske kompetencer, der tilsammen udspænder det samlede kompetencebegreb. Det forudsætter endnu en definition:

*En matematisk kompetence er en persons indsigtfulde parathed til at handle hensigtsmæssigt og med succes i situationer, der rummer matematiske udfordringer af en bestemt slags.*

De otte matematiske kompetencer er: tankegangskompetence, problembehandlingskompetence, modelleringskompetence, ræsonnementskompetence, symbol- og formalismekompetence, kommunikationskompetence og hjælpemiddelkompetence. Det er overalt underforstået, at kompetencerne angår matematikudøvelse, ikke almene kompetencer, selv om der visse steder også findes tankegange, problembehandling, modellering, ræsonnement, symboler og formalismer, kommunikation og hjælpemidler uden for matematikken,

men sædvanligvis med enten langt mere almene eller helt andre betydninger.

Det vil føre alt for vidt at gå nærmere ind på det specifikke indhold i de enkelte matematiske kompetencer (se Niss & Jensen, 2002, s. 47-62) bortset fra modelleringskompetencen. Et hovedaspekt af modelleringskompetencen består i at bringe matematikken i spil til at repræsentere, beskrive og analysere sagsforhold uden for matematikken selv. Dette sker altid ved at bygge og udnytte såkaldte matematiske modeller. Modelleringskompetencen er på færde ved enhver aktivering af matematik til udenomsmatematiske formål, fx når små børn lærer at bruge ord som trekant, cirkel, kvadrat m.v. til at beskrive figurer og genstande i omverdenen, eller når større børn lærer at afgøre, om de har penge nok til at købe et antal ønskede goder. Men i KOM-projektet er denne kompetence altså blot én ved siden af syv andre kompetencer.

### **Afslutning: Numeracy, mathematical literacy og matematisk kompetence**

Det følger af det foregående, at matematisk kompetence og dens konstituerende komponenter, matematiske kompetencer, udgør det mest omfattende af de tre begreber, vi har set på. Det angår de kognitive sider af enhver form for matematikudøvelse og omfatter *mathematical literacy*, altså funktionel matematikbeherskelse, som derved kun udgør en delmængde af matematisk kompetence. Funktionel matematikbeherskelse indbefatter på sin side funktionel talbeherskelse, men rækker, som vi har set, langt ud over denne.

Skal man derudover opsummere ligheder og forskelle mellem de tre begreber, kan man først slå fast, at ingen af dem rummer de emotive og affektive sider af matematiktilenelse. Det skyldes på ingen måde, at disse sider er at regne for uvæsentlige – så langt fra – men at de tilhører en anden kategori end de kognitive sider. Det ville derfor føre til kategoriforvirring og uklarhed at blande dem sammen. Fælles for de tre begreber er, at de peger på noget mere end ”ren” matematisk viden med tilhørende standardiserede færdigheder som værende essentielt for matematikbeherskelse. Som det mest elementære begreb fokuserer funktionel talbeherskelse (*numeracy*) på talmæssige og



kvantitative træk ved omgangen med omverdenen, funktionel matematikbeherskelse (*mathematical literacy*) på en mangfoldighed af matematiske træk ved omgangen med omverdenen, mens matematisk kompetence angår matematikudøvelse i det hele taget og er altså ikke begrænset til omgang med omverdenen.

For en første betragtning kunne man ud fra det netop sagte tro, at funktionel talbeherskelse især vedrører de tidlige skoletrin, funktionel matematikbeherskelse de senere, mens matematisk kompetence navnlig kommer på dagsordenen på gymnasiale og videregående niveauer. Sådan er det imidlertid ikke (tænkt). Alle tre begreber giver med hvert sit fokus mening på alle trin, selv om de naturligvis må realiseres forskelligt på disse trin.

## Fælles for de tre begreber er, at de peger på noget mere end "ren" matematisk viden med tilhørende standardiserede færdigheder som værende essentielt for matematikbeherskelse.

Om der er brug for et begreb om funktionel talbeherskelse som et specialtilfælde af funktionel matematikbeherskelse, er nok mest et pragmatisk spørgsmål, eller måske ligefrem et spørgsmål om smag. Jeg for min del finder det overflødig og potentielt begrebsforvirrende at operere med begrebet funktionel talbeherskelse (*numeracy*), der kun med en temmelig hårtrukken definition kan gøres egentligt forskellig fra funktionel matematikbeherskelse (*mathematical literacy*). Det forekommer mig med andre ord fuldt tilstrækkeligt at have begreberne matematisk kompetence og funktionel matematikbeherskelse til rådighed. Til gengæld er der brug for dem begge, fordi funktionel matematikbeherskelse primært betoner evnen til at aktivere matematik uden for matematikken selv, mens matematisk kompetence står for evnen til at udøve enhver form for matematisk virksomhed, ikke kun til anvendelsesformål. Men uanset hvilke begreber vi ønsker at operere

med, er det nødvendigt at definere dem, så vi kan skelne imellem dem.

## Referencer

Brown, M., Askew, M., Baker, D., Denvir, H., & Millett, A. (1998). Is the National Numeracy Strategy Research-Based? *British Journal of Educational Studies* 46 (4), 362-385.

*Concise Oxford Dictionary of Current English* (1976). Sixth Edition. Oxford: Clarendon Press.

Department of Education and Science (DES). Central Advisory Council for Education (1959). *A Report ("The Crowther Report")*. London: HMSO.

Department of Education and Science/Welsh Office (DES/WO). Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools (1982). *Mathematics Counts ("The Cockcroft Report")*. London: HMSO.

Niss, M., & Jensen, T. H. (Red.) (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens Temahæfteserie nr. 18. København: Undervisningsministeriet.

OECD (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. Paris: OECD.

Undervisningsministeriet (2000). *Matematik. Undervisningsvejledning til almen voksenuddannelse*. København: Undervisningsministeriet.

Merriam-Webster: Definition of NUMERACY, hentet 25. juli 2017, [www.merriam-webster.com/dictionary/numeracy](http://www.merriam-webster.com/dictionary/numeracy)

## Noter

- 1 Rationale tal omfatter positive og negative heltal (inklusive 0), brøker af heltal samt (periodiske) decimalbrøker. Tal som  $-17$ ,  $32$ ,  $4\frac{1}{2}$ ,  $(-16)/3$ ,  $1/19$  og  $3,445$  er eksempler på rationale tal, mens  $\pi$  og  $\sqrt{2}$  ikke er rationale (men irrationale) tal.