



Udvikling af elevers matematiske forståelse gennem helklassediskussion

BETTINA DAHL SØNDERGAARD, LEKTOR, AALBORG UNIVERSITET OG PROFESSOR, UNIVERSITETET I BERGEN

Artiklen er fagfællebedømt

I denne artikel vil jeg på baggrund af udvalgt litteratur og empiri diskutere og give eksempler på, hvordan en matematiklærer kan gennemføre en dialog på klassen. Klasserumsdialoger kritiseres ofte, og somme tider med god grund. Jeg vil nuancere denne kritik og introducere den 'medrivende dialog' og forskellige typer 'samtalegreb', som netop kan være med til at styrke elevernes læring gennem en helklassedialog, der er styret af læreren. En hovedpointe er, at der ikke er én model, som er rigtig i alle situationer – der findes et hav af muligheder. En central pointe er dog, at i alle dialogformer har læreren en styrende rolle.

Matematik er sprog og samtale

Matematik er, blandt meget andet, et sprog (Pimm, 1990), og Vygotsky (1962) fortæller os, at sproget er *det* logiske og analytiske tænkeværktøj. Wittgenstein sætter også sprogets rolle højt i læringsøjemed: „Begrebet ‚smerte‘ har du lært med sproget“ (1994, § 384). Wittgenstein opfinder begrebet ‚sprogspil‘, om hvilket han skriver: „Jeg vil også kalde helheden, sproget og de aktiviteter, hvormed det er sammenvævet, for ‚sprogspillet‘... Ordet *sprogspil* skal her fremhæve, at det at tale et sprog er en del af en aktivitet eller livsform“ (1994, § 7 og § 23). Sprog og det at lære handler altså om mere end bare at kunne sproget, det er også aktiv deltagelse i en livsform, kultur – også i matematik. „Learning to think mathematically is more than just learning to use mathematical and numerical techniques ... developing a mathematical viewpoint is more akin to enculturation into a community“ (Jones & Tanner, 2002, s. 266). I Dahl (1996) argumenterer jeg ud fra Wittgenstein for, at læring af matematik er en sprogspiloverskridende proces, hvor en elev deltager aktivt og i samspil med en lærer konstruerer matematik og derved gradvist bliver i stand til at deltage i det akademiske matematikspil. Sproget, og interaktionen med andre gennem sproget, er altså essentielt i læring af matematik. Forskningsspørgsmålet for artiklen er derfor: Hvordan kan lærere gribe en dialog med klassen an på en frugtbar måde for elevernes læring i skolens matematikundervisning? Fokus i artiklen er på den kollektive dialog på klassen. Det vil sige på helklassedialogen, hvor læreren ikke kun har fokus på en enkelt elev, men på *klassen*, hvorigennem den enkelte elev (forhåbentlig) lærer det tilsigtede gennem refleksioner og andre aktiviteter.

Metode

Artiklen er et narrativt review af litteratur inden for helklassediskussioner i matematik. Grundet artiklens længde er litteraturen subjektivt udvalgt til at repræsentere forskellige synsvinkler på helklassediskussioner med det formål at give en balanceret præsentation af feltet. Der findes således megen litteratur om emnet, som ikke er medtaget her. Litteraturen er primært fra nyere internationalt anerkendte tidsskrifter eller forlag og fagfællebedømt. Enkelte kilder er nordiske. Jeg inddrager også egen tidligere forskning, herunder uddrag af empiri til eksemplificering (Andresen & Dahl, 2018). Specifikke forhold angående egen empiri bliver angivet i direkte sammenhæng med denne.

Elevers ytringer på vej mod læring

Sfard (1998) argumenterer for at se læring som en kombination af tilegnelse og deltagelse. Læring handler derfor både om elevens individuelle tilegnelse (konstruktion) af viden og om en forandring i den måde, hvorpå eleven deltager i de sociale praksisser (sociokulturel). I forhold til deltagelse ses læring som en proces, hvor eleven i stadig større grad bliver en del af et fællesskab og for eksempel deltager i klassesamtalen. Læreren har en central rolle i denne proces. For eksempel beskriver Strom et al. (2001) lærerens rolle som en „orchestration of a collective argument“ (s. 754). Læring ses her som en guidet deltagelse, hvor læreren socialiserer eleverne ind i matematikken gennem mediering. I den forbindelse skriver Lerman (2002): „In the mathematics classroom, interactions should not be seen as windows on the mind but as discursive contributions that may pull others forward into their increasing participation in mathematical speaking/thinking“ (s. 89).

Elevers ytringer i klassens matematikspil skal her ses som deltagelse og er vigtige trin i læreprocessen. Disse er ikke (alene) udtryk for graden af elevens tilegnelse og forståelse af matematikken, det at lære matematik er i lige så høj grad at lære at begå sig i den matematiske samtale. Som Skott (2020) beskriver: „Det kan man kun ved at engagere sig i diskursen sammen med andre, der er mere velbevandrede i den. Man kan så gradvist overtage de måder at bruge ord og symboler på, som kendetegner netop den diskurs“ (s. 88). Elevers ytringer i forhold til matematik er derfor, på det niveau, de nu er på, udtryk for forsøg på deltagelse i dette matematiske spil og derfor centrale for deres videre læring.

” Elevers ytringer i klassens matematikspil skal her ses som deltagelse og er vigtige trin i læreprocessen.

IRE-dialoger

Helklassediskussioner er således centrale for elevers mulighed for at konstruere ny viden i samspil med klassekammerater og lærere, og mange lærere har strategier til at hjælpe elever med at reflektere over, hvad de har lært (Jones & Tanner, 2002). Den mest almindelige struktur for helklassediskussioner kaldes ofte for en triadisk dialog og følger et IRE-mønster. I står for *initiation*, som er igangsættelse af en dialog med et spørgsmål fra læreren. Dernæst kommer en *response*, R, et svar fra eleven, hvorefter følger en lærerevaluering, *evaluation*, E, af svaret (Ingram et al., 2018; Mehan, 1979; Resnick et al., 2010; Skolforskningsinstituttet, 2017). Ulleberg og Solem (2012) skriver, at læreren bibeholder kontrollen i denne dialogform, og at samtalen er styret efter at finde det rigtige svar. De advarer om, at hvis dialogformer i klasserummet udelukkende har den form, kan elevernes syn på og forståelse af matematik blive begrænset til, at matematik kun handler om regler og procedurer. En anden kritik går på, at elevernes mulighed for at bidrage med ideer er begrænset (Skolforskningsinstituttet, 2017). Jeg vil dog stille spørgsmål ved denne kritik – elevers konstruk-

tion af viden bør lede dem til, at de konstruerer noget, der er korrekt/hensigtsmæssigt, især i alle de tilfælde, hvor korrekte svar, forståelse af begreber osv. giver mening. Denne kritik hviler blandt andet på, at det (desværre) er muligt at lære (konstruere) noget, som er forkert (Matthews, 2012). Elever har derfor behov for, at lærere, med Vygotskys terminologi, stilladserer deres læring.

Ifølge Burbules og Bruce (2001) er IRE-sekvenser gode til en klassegennemgang, hvor eleverne kan motiveres af og få større selvtillid ved at erfare, at de svarer korrekt på lærerens spørgsmål. Roth og Gardener (2012) beskriver, at IRE-sekvenser skaber forudsigelige klasserumsrutiner, og de støtter eleverne i at lære den viden, som tidligere generationer har opbygget.

Der er således forskellige syn på IRE-dialoger, og ifølge Bodie (2007) kan de både have positive og negative konsekvenser. Det afhænger af, hvordan spørgsmålene og svarene udformes.

Åbne autentiske spørgsmål og lukkede testspørgsmål

En del litteratur skelner grundlæggende mellem to forskellige typer spørgsmål i en helklassediskussion. Nystrand (1997) sondrer mellem testspørgsmål og autentiske spørgsmål. Testspørgsmål har til formål at kontrollere, i hvor høj grad eleven har opnået den forståelse, læreren efterspørger. Autentiske spørgsmål derimod er spørgsmål uden et på forhånd givet klart svar, og de handler om, at læreren ønsker at vide, hvordan eleverne tænker. En lignende skelnen finder vi hos Heritage og Heritage (2013), som kalder IRE for recitationsparadigmet, og de anbefaler mere åbne spørgsmål beregnet på at fremkalde og stilladsere elevens viden.

En svensk oversigtsrapport (Skolforskningsinstituttet, 2017) beskriver den 'udforskende samtale', hvor lærere kan lede dialoger, hvor igennem eleverne er aktive, kritiske deltagere i fælles matematisk diskussion. Alle klasserumsdialoger behøver ikke at være udforskende, men rapporten ser udforskende samtaler som en kontrast til IRE-dialogmønstre med blot ét rigtigt svar på lærerens spørgsmål. I udforskende samtaler stiller læreren åbne spørgsmål, lytter til elevernes ideer, og eleverne opmuntres til at engagere sig i de andre elevs matematiske ideer og nå frem til en fælles forståelse. Læreren er den, der i starten stiller spørgsmålene, men efterhånden begynder eleverne at stille motiverede spørgsmål til hinanden, og læreren opmuntrer eleverne til ikke kun at være passive lyttere, men til at tage ansvar for den fælles udforskning af ideer. Ved behov følger læreren op.

Feedback i løkker i stedet for evaluering

I forhold til IRE eller ikke IRE findes der en form for mellemvej: IRF, hvor F indikerer feedback frem for evaluering. Herefter følger en længere kæde af svar-feedback-løkker (Heritage & Heritage, 2013). I sammenhæng med sidstnævnte beskriver Nassaji og Wells (2000) F som *feedback* eller *follow-up* for at tydeliggøre, at evalueringen ikke behøver være afsluttende, men læreren har mange muligheder og kan f.eks. invitere til en længere dialogsekvens, hvor elev(erne) opfordres til at komme med yderligere svar og uddybninger, og sekvensen bliver således f.eks. IRFRF. F kan tage mange former som opfølgning, f.eks. som *'comment'*, hvor læreren udvikler elevens svar ved at opsummere eller eksemplificere, hvad der blev sagt, eller som *'clarification'*, hvor læreren beder eleven bekræfte eller benægte lærerens forståelse af elevens svar. Nassaji og Wells (2000) påpeger, at når en lærer gør god brug af den tredje del af den triadiske dialog og f.eks. stiller opfølgningsspørgsmål (F), som kræver, at eleverne uddyber, eksemplificerer, retfærdiggør eller reparerer deres bidrag, så har den triadiske IRF-dialog en god didaktisk funktion.

Selve feedbacken kan gives på mange måder. Hvis elevens svar ikke er fyldestgørende, kan feedback gives, f.eks. indirekte ved at stille spørgsmålet igen til en anden elev, som opfølgningsspørgs-

mål eller ved at sætte fokus på andre aspekter af spørgsmålet – og på den måde igangsætte/ fortsætte dialogen i en ny runde med den samme elev (Ingram et al., 2015). Feedback gives ikke nødvendigvis kun gennem ord. Flood (2021) beskriver, hvordan forskellige typer håndbevægelser kan bruges til at kommunikere svar til elevernes bidrag, f.eks. at gentage elevens håndbevægelser eller på forskellig måde tilføje nye bevægelser. Sidstnævnte relaterer også til matematik som et sprogspil, en gøren og en livsform, som ikke kun er sproget i sig selv.

Det har også betydning for dialogen, hvordan pronominer anvendes. Shreyar et al. (2010) diskuterer, hvordan en lærer anvender disse aktivt i ledelsen af klassedialogen: „you typically referred to you all and let me see meant let all of us see. We read these grammatical subject choices on the teacher’s part as evidence that at stake in her orchestration was thus not each individual student but the ,collective student““ (s. 47). Det er således ikke ligegyldigt, hvordan læreren henvender sig til klassen, og hensigtsmæssig brug af I/vi kan styrke formålet med at have en helklassediskussion. Samme tekst diskuterer, at læreren tillod utilstrækkelige svar, da det var del af klassens samlede „tænken højt“, så der skulle være rum for sådanne input. Læreren kombinerer også ja/nej-spørgsmål med efterfølgende åbne spørgsmål med det formål, at „further scaffolding students’ thinking by requesting that they first agree upon the truth of a proposition and next demanding that they justify it“ (Shreyar et al., 2010, s. 49). Åbne og lukkede spørgsmål kan derfor anvendes i kombination med hinanden, og ja/nej-spørgsmål er ikke i sig selv i modstrid med et læringsfokus på forståelse.

” **Åbne og lukkede spørgsmål kan derfor anvendes i kombination med hinanden, og ja/nej-spørgsmål er ikke i sig selv i modstrid med et læringsfokus på forståelse.**

Konkrete typer lærerrespons

Drageset (2014) skildrer 13 typer lærerrespons i helklassediskussioner, der primært var præget af IRE. Teknikkerne bruges til at guide elever, gøre deres strategier tydelige, få dem til at forklare deres valg og svar, herunder få elever til at vurdere hinandens svar og sikre en progression mod en konklusion. De 13 kategorier er inddelt i tre grupper med underkategorier af spørgsmålstyper:

Retningsændring (ændrer elevens strategi):

- ▶ Afvise: Eksplicit eller implicit afvisning af elevens svar.
- ▶ Korrigerende spørgsmål: Bekræfte, at svaret er rigtigt, men ikke det, læreren er ude efter.
- ▶ Tilråde en ny strategi: Råde eleven til at benytte en anden strategi.

Fremdrift (driver samtalen fremover):

- ▶ Demonstrere: Læreren fuldfører dele af eller hele opgaven uden at bede om elevindspil.
- ▶ Forenkler: Læreren tilføjer information, som gør opgaven enklere at løse.
- ▶ Lukket fremdrift: Læreren stiller spørgsmål ved hvert trin i en løsningsproces.
- ▶ Åben fremdrift: Læreren stiller spørgsmål ved slutsvaret uden at give hints til eleven.

Fokusering (videreudvikler eller fremhæver elevens strategi eller løsningsmetode):

- ▶ Belyse detalje: Læreren standser eleven og beder om forklaring eller uddybning.
- ▶ Begrunde: Læreren beder elever forsvare noget.
- ▶ Anvende: Læreren beder elever demonstrere, hvordan nylig lært kundskab kan overføres til et lignende matematisk problem.
- ▶ Bede elever om at vurdere: Læreren beder andre elever evaluere et elevsvar.

- ▶ Pointere: Læreren bemærker en vigtig detalje.
- ▶ Opsummere: Læreren sammenfatter og tydeliggør det, som var vigtigt.

Disse begreber eksemplificerer, hvordan en lærer kan (undlade at) bruge elevers ytringer i den videre undervisning, herunder hvordan han kan gøre elevernes strategier tydelige, få elever til at forklare, anvende og vurdere deres arbejde – eller om dirigere dem.

Medrivende dialog – indfletning af elevers bidrag

Nystrand (1997) beskriver, hvordan læreren kan validere elevers ideer ved at inkorporere deres svar i hans næste spørgsmål. Her danner elevernes svar, og ikke kun lærerens svar, retningen for resten af samtalen. Ved at bygge på Freire beskriver Nystrand en proces, hvor lærerne „in dialogic terms weaving their [elevernes] learning into a chain of utterances emanating from their lives“ (s. 16). På lignende vis skriver Resnick et al. (2010) om „*accountable talk*“:

The most obvious difference in this type of mathematics classroom from the standard initiation-response-evaluation (IRE) recitation is that the children’s contributions, albeit short and almost always in response to the teacher’s requests, are incorporated by the teacher into relatively extended lines of reasoning.

(s. 175)

Dette ses som en modsætning til IRE, eftersom elevernes bidrag væves ind i den videre dialog.

I samme retning benytter Andresen og Dahl (2018) metaforen *fransk fletning* til at beskrive essensen i en medrivende dialog. En fransk fletning er en bestemt metode, hvor mere og mere af håret efterhånden flettes sammen til en samlet fletning. Dette minder om måden, læreren fletter (*weaves*) elevernes forskellige bidrag sammen til det færdige produkt, som er forøgelsen i klassens kollektive viden ved slutningen af et undervisningsforløb. Andresen og Dahl (2018) opfatter dog ikke en medrivende dialog som en modsætning til IRE, da den er struktureret som IRE og f.eks. kan foregå gennem lærer-elev-interaktioner, hvor læreren sammen med klassen gennemgår en opgave eller et matematisk emne. Betegnelsen ‚medrivende‘ beskriver den måde, hvorpå eleverne inviteres ind i det faglige fællesskab, atmosfæren er inkluderende, og læreren anerkender potentialet i elevernes ufuldstændige tanker.

” **Betegnelsen ‚medrivende‘ beskriver den måde, hvorpå eleverne inviteres ind i det faglige fællesskab, atmosfæren er inkluderende, og læreren anerkender potentialet i elevernes ufuldstændige tanker.**

Sekvensen nedenfor kommer fra et norsk gymnasium og er rapporteret mere detaljeret i Andresen og Dahl (2018). Lektionen introducerede problemløsning med trigonometri, inden eleverne i de næste lektioner skulle arbejde i grupper med et større modellerings- og problemløsningsprojekt. Lektionen var en del af et projekt om at udvikle elevers strategier for kreativ problemløsning og udforskning (Andresen, 2015). Som en del af en trigonometriopgave blev eleverne bedt om at anvende formlerne for $\sin(u-v)$ og $\cos(u-v)$ til at verificere følgende udtryk:

$$\tan(u-v) = \frac{\tan u - \tan v}{1 + \tan u \tan v}$$

Nedenstående sekvens er fra slutningen af lektionen, hvor man ser læreren skrive på tavlen og ofte vende sig med front mod eleverne, mens han smiler, når han taler. Stemningen i klassen er god under sekvensen, og der er helt stille, når læreren stiller sine spørgsmål. Lige før udskriften har to elever forklaret, hvordan de korrekt har løst en opgave, men læreren opmuntrer og udfordrer eleverne til at forklare deres tankegang og metode.

1	Lærer	Så jeg ganger egentlig med 1 over $\cos u$ gange $\cos v$, og så ganger jeg nævneren med $\cos u$ gange $\cos v$. Er det det, du siger?
2	Elev 1	Hmmm [sagt bekræftende]
3	Lærer	Har vi lov til at gøre det?
4	Elev 2	Det er almindelig brøkregning
5	Lærer	Det er almindelig brøkregning [sagt bekræftende]
6	Lærer	Har vi lov til at dele med dette? [Mange sekunders stilhed]
7	Flere elever	[Mumler] nævner
8	Lærer	Ja, nævneren. Hvad med nævneren?
9	Flere elever	[Mumler; derpå flere sekunders stilhed]
10	Lærer	Siger opgaven noget om det? Tager opgaven nogen forbehold?
11	Flere elever	[Mumler; derpå flere sekunders stilhed]
12	Lærer	Hvad er det, man ikke kan tage tan til?
13	Elev 3	90 grader
14	Lærer	90 grader [sagt bekræftende]
15	Lærer	Eller 270 grader. Kan $u-v$ være 90 eller 270? Hvis u er 270, og v er 90 for eksempel, det kan de jo godt være, ikke? Du kan tage tan til 180, se her, hvis den er 270, og den er 90. Det virker ikke.

I linje 1 (lærerspørgsmål) tvinger læreren eleverne til at tænke over, hvornår man har lov til at dividere. I linje 3 ser vi et nyt spørgsmål fra læreren, uden at der er sket en eksplicit evaluering af elevsvaret i linje 2. Som diskuteret ovenfor i litteraturgennemgangen kan evaluering og feedback på forkerte eller ufuldstændige svar gives på mange måder, f.eks. indirekte ved at sætte fokus på andre aspekter af spørgsmålet (Ingram et al., 2015), uden ord gennem f.eks. håndbevægelser (Flood, 2021) eller mere direkte for at få fremdrift og fokusering (Drageset, 2014). Det er det, vi ser her, da læreren tydeligvis forventer mere end bare et ja (givet som et 'Hmmm' i linje 2) på sit spørgsmål. Eleverne skal vide, hvorfor de har lov til at gøre de matematiske operationer, som de, korrekt, har udført – helt i tråd med projektets formål om at udvikle kreativ problemløsning og udforskning. Læreren giver derfor eleverne et lidt mere snævert, men stadig relativt åbent spørgsmål i linje 3. I linjerne 3-5 ser vi en dialog på IRE-form, hvor den bekræftende gentagelse af elevernes svar dog stadig ikke signalerer, at eleven har givet en fyldestgørende forklaring. Det ses i linje 6, hvor læreren gentager sit spørgsmål, her endnu mere præcist og lukket end i linje 3. Læreren kommer med hints i linje 7-10, og i linjerne 7-8 ser vi et eksempel på, at læreren validerer elevernes ideer (om nævnerens vigtighed) ved at inkorporere deres svar i hans næste spørgsmål (Nystrand, 1997). Dernæst kommer en ny IRE-sekvens i linjerne 12-14, og i linje 15 sammenfatter læreren.

Eleverne bygger oven på tidligere konstrueret viden om, at der ikke kan tages tangens til 90 grader, og mange elever bidrager til at konstruere klassens viden. Den mumlen, der indtræffer tre gange, og hvor flere elever deltager, er en del af elev-lærer-interaktionen og tegn på engagerede elever, der ønsker at deltage. Læreren veksler mellem åbne og lukkede spørgsmål, primært mere åbne spørgsmål i starten af sekvensen, hvor eleverne inviteres til at forklare, hvad de har gjort, men de

efterfølgende spørgsmål er lukkede, da eleverne giver meget begrænsede forklaringer til de første spørgsmål. Vi ser også, at læreren anvender korte interaktioner på IRE-form til at afslutte gennemgangens enkelte trin. Læreren bruger således IRE og de stadig mere lukkede spørgsmål strategisk til at tvinge eleverne til at begrunde, hvorfor de har lov til at gøre de matematiske operationer, som de korrekt har udført. IRE-formen bliver således brugt i en udforskende sammenhæng. Gennemgangens resultat bliver en del af klassens fælles viden, og elevernes ytringer flettes sammen til et hele. Tolkningen bygger også på, at jeg udelader at se hver ytring i isolation, men i den længere sammenhæng, de indgår i, som også er understøttet af Ingram et al. (2018), der skriver, at „interactions cannot be adequately understood except by consideration of the sequential context in which they occur“ (s. 54). Eksemplet viser derfor også, at det, der fra en umiddelbar tolkning kan se ud til at være IRE-dialoger, hvor læreren ser efter rigtige svar, rent faktisk er en del af en meget længere sekvens, hvor eleverne deltager i et sprogspil orkestreret af læreren, og hvor eleverne med deres diskursive bidrag i stadig højere grad deltager i den matematiske tænkning.

En „medrivende dialog“ har altså ligheder med IRE, men adskiller sig også fra IRE på tre områder (Andresen & Dahl, 2018, s. 46):

1. Spørgsmålene har ikke til formål at kontrollere eleverne enkeltvis eller som klasse.
2. Fokus er på den fælles gennemgang (den medrivende dialog) og ikke på den enkelte elev, så læreren vil ikke nødvendigvis udvælge, hvem der skal svare.
3. Lærerens reaktion på elevens svar skal forstås som en inkludering af eleven i den fælles aktivitet og ikke som en evaluering af den enkelte elevs præstation. „Medrivende“ indfanger, hvordan mange elevers bidrag er flettet ind i den fælles dialog med flere elevers forsøg på svar og delta-gelse, nogle gange kun gennem en mumlen.

Der er ikke ét dialogværktøj, som vil fungere i alle situationer

Denne artikel beskriver, hvordan en lærer kan gribe en klasserumsdialog an, og hvilke fordele og ulemper der er ved forskellige tilgange, herunder IRE. Der er dog ikke ét dialogværktøj eller specifikke typer spørgsmål og evalueringssvar, som vil fungere i alle situationer – eller konsekvent skal/bør enten undgås eller anbefales, heller ikke dialogformer, som enten ligner eller er IRE. Men alle bør benyttes velovervejede i sprogspillet mellem lærer og elever i et klasserum. Der er ikke et misforhold mellem, at læreren har ansvaret og påtager sig ansvaret, og at eleverne udforsker i matematik. Rent faktisk må læreren somme tider være meget støttende gennem for eksempel forklaring eller tolkninger af, hvad samtalen handler om ved udforskende matematik. Med andre ord, det er lærerens ansvar at lede helklassediskussioner i en retning, som både bygger på elevernes tænkning, men også aktivt leder klassen i en frugtbar retning: „At the heart of the challenge associated with student-centred practice is the need to strike an appropriate balance between giving students authority over their mathematical work and ensuring that the work is held accountable to the discipline“ (Stein et al., 2008, s. 332). Lærerens styring af classesamtalen er afgørende for, at eleverne kan deltage med deres matematiske ideer i disse situationer og i sidste ende få tilegnet sig den tilsigtede matematik. Dette er ikke i modstrid med udforskende eller elevcentreret læring, men en forudsætning for dette.

Referencer

Andresen, M. (2015). Students' creativity in problem solving. *Acta Mathematica Nitriensia*, 1(1), 1-10.

Andresen, M., & Dahl, B. (2018). Medrivende dialog som fransk fletning. *Tangenten*, 29(3), 39-47.

- Bodie, K. (2007). Dialogue in mathematics classrooms: beyond question-and-answer methods. *Pythagoras*, 66, 3-13.
- Burbules, N. C., & Bruce, B. C. (2001). Theory and research on teaching as dialogue. I: Richardson, V. (red.), *Handbook of research on teaching* (s. 1102-1121). American Educational Research Association.
- Cobb, P., Stephan, M., McClain, K., & Gravemeijer, K. (2011). Participating in classroom mathematical practices. I: Sfard, A., Gravemeijer, K., & Yackel, E. (red.), *A journey in mathematics education research. Mathematics education library, Vol 48* (s. 117-163). Springer.
- Dahl, B. (1996). Læring som sprogspilsoverskridelse? *NOMAD, Nordic Studies in Mathematics Education*, 4(1), 7-24.
- Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions – a framework for describing how teachers use students' comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 85, 281-304.
- Flood, V. J. (2021). The secret multimodal life of IREs: Looking more closely at representational gestures in a familiar questioning sequence. *Linguistics and Education*, 63, 100913.
- Heritage, M., & Heritage, J. (2013). Teacher questioning: The epicenter of instruction and assessment. *Applied Measurement in Education*, 26(3), 176-190.
- Hogan, D., Rahim, R. A., Chan, M., Kwek, D., & Towndrow, P. (2014). Understanding classroom talk in secondary three mathematics classes in Singapore. I: Kaur, B., & Toh, T. L. (red.), *Reasoning, communication and connections in mathematics: Yearbook 2012, Association of mathematics educators* (s. 169-197). World Scientific.
- Ingram, J., Pitt, A., & Baldry, F. (2015). Handling errors as they arise in whole-class discussion. *Research in Mathematics Education*, 17(3), 183-197.
- Ingram, J., Andrews, N., & Pitt, A. (2018). Making Student Explanations Relevant in Whole Class Discussion. I: Moschkovich, J. N., Wagner, D., Bose, A., Rodrigues Mendes, J., & Schütte, M. (red.), *Language and Communication in Mathematics Education: International Perspectives* (s. 51-64). Springer.
- Jones, S., & Tanner, H. (2002). Teachers' Interpretations of Effective Whole-class Interactive Teaching in Secondary Mathematics Classrooms. *Educational Studies*, 28(3), 265-274.
- Lerman, S. (2002). Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. I: Kieran, C., Forman, E., & Sfard, A. (red.), *Learning discourse. Discursive approaches to research in mathematics education* (s. 87-113). Kluwer.
- Matthews, M. R. (2012). Philosophical and Pedagogical Problems with Constructivism in Science Education. *Tréma*, 38, 40-55.
- Mehan, H. (1979). *Learning lessons. Social organisation in the classroom*. Harvard University Press.
- Nassaji, H., & Wells, G. (2000). What's the use of 'Triadic dialogue'? An investigation of teacher-student interaction. *Applied Linguistics*, 21, 376-406.

Nystrand, M. (1997). Dialogic instruction: When Recitation Becomes Conversation. I: Nystrand, M., Gamoran, A., Kachur, R., & Prendergast, C. (red.), *Opening Dialogue: Understanding the Dynamics of Language and Learning in the English Classroom* (s. 1-29). Teachers College Press.

Pimm, D. (1990). *Speaking Mathematically – Communication in Mathematics Classrooms*. Routledge.

Resnick, L. B., Michaels, S., & O'Connor, C. (2010). How (well structured) talk builds the mind. I: Preiss, D. D., & Sternberg, R. J. (red.), *Innovations in educational psychology: Perspectives on learning, teaching and human development* (s. 163-194). Springer.

Roth, W. M., & Gardener, R. (2012). 'They gonna explain us what makes a cube a cube'. Geometrical properties as contingent achievement of sequentially ordered child-centered mathematics lessons. *Mathematics Education Research Journal*, 24, 323-346.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, 27(2), 4-13.

Shreyar, S., Zolkower, B., & Pérez, S. (2010). Thinking aloud together: A teacher's semiotic mediation of a whole-class conversation about percents. *Educational Studies of Mathematics*, 73, 21-53.

Skolforskningsinstitutet (2017). *Klassrumdialog i matematikundervisningen – matematiska samtal i helklass i grundskolan*. Systematisk översikt 2017:01.

Skott, J. (2020). Perspektiver på læring og undervisning i matematik og naturfag. *MONA – Matematik- og Naturfagsdidaktik*, (4), 84-92.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.

Tainio, L., & Laine, A. (2015). Emotion work and affective stance in the mathematics classroom: the case of IRE sequences in Finnish classroom interaction. *Educational Studies of Mathematics*, 89, 67-87.

Ulleberg, I., & Solem, I. H. (2018). Which questions should be asked in classroom talk in mathematics? Presentation and discussion of a questioning model. *Acta Didactica Norge*, 12(1), Art. 3, 21.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Language*. The MIT Press.

Wittgenstein, L. (1994). *Filosofiske undersøgelser*. Munksgaard.

Om forfatteren

Bettina Dahl Søndergaard er lektor på Aalborg Universitets *Aalborg Centre for Problem Based Learning in Engineering, Science and Sustainability under the auspices of UNESCO* og professor i matematikdidaktik på Universitetet i Bergen. Hun har en ph.d. i matematikkens didaktik fra Roskilde Universitet, en MSc i Educational Research Methodology fra University of Oxford og er cand.scient. med matematik som hovedfag fra Aalborg Universitet.